

Prova scritta per il corso di
Probabilità e Informazione

Prof. Giovanni Di Gennaro

15/01/2024

- 1) Si assuma di pescare una carta da un mazzo di 40 carte.¹ Qual è la probabilità che si estragga un asso o una carta di denari?
- 2) Nella lotteria nazionale sono stati messi in palio i seguenti premi:
 - un 1° premio da 5 milioni di euro
 - un 2° premio da 3 milioni di euro
 - un 3° premio da 1 milione di euro
 - 5 premi da 200 mila euro
 - 20 premi da 10 mila euroSapendo che sono stati venduti 2 milioni e mezzo di biglietti, al prezzo singolo di 5€, stabilire se il gioco è equo calcolando il valore atteso della vincita per chi acquista un biglietto?
- 3) Siano X ed Y due variabili aleatorie uniformi in $(0,2)$ ed indipendenti tra loro. Si calcoli il valore atteso del minimo tra X ed Y .
- 4) Si consideri una sorgente a 5 simboli, $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, distribuiti secondo $\Pi = \{0.25, 0.1, 0.3, 0.25, 0.1\}$. Supponendo che ad essa siano associati i tre alfabeti codice
$$\mathcal{B}_1 = \{01, 100, 0, 110, 011\}$$
$$\mathcal{B}_2 = \{11, 111, 00, 10, 000\}$$
$$\mathcal{B}_3 = \{01, 0111, 0, 011, 1111\}$$
determinare
 - a) quale codice risulti univocamente decodificabile, motivandone le ragioni;
 - b) l'efficienza dei codici univocamente decodificabili;
 - c) un codice più efficiente rispetto a quelli proposti.
- 5) Considerando la cascata di due BSC con probabilità di errore $p = 0.3$, e probabilità a priori dei simboli distribuite secondo $\Pi = \{0.8, 0.2\}$, si valutino:
 - a) il canale equivalente complessivo;
 - b) la capacità del canale, in confronto anche a quella del canale singolo;
 - c) la probabilità che il simbolo in ingresso sia a_2 se all'uscita si osserva a_1 .

¹ Si considerino le classiche carte napoletane, suddivisibili in 4 semi (denari, coppe, spade e bastoni) di 10 carte ciascuno (ossia un asso, sei carte numerate dal 2 al 7, una donna, un cavallo ed un re).