UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA CAMPANIA Luigi Vanvitelli
Dipartimento di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronia e Informatica

Ia Prova Intracorso
Teoria dei Segnali
Prof. Francesco A. N. Palmieri
Giovedí 24 Ottobre 2024

(SOLUZIONI)

30pt **1.** Schizzare i seguenti segnali e valutarne l'energia, la potenza e la trasformata di Fourier: $s(t) = 2\Pi\left(\frac{1}{4}t - \frac{5}{4}\right) - \Lambda\left(t-5\right)$; $s(t) = 1 - \cos^2(50t)$; $s(t) = e^t[u(t+4) - u(t)]$.

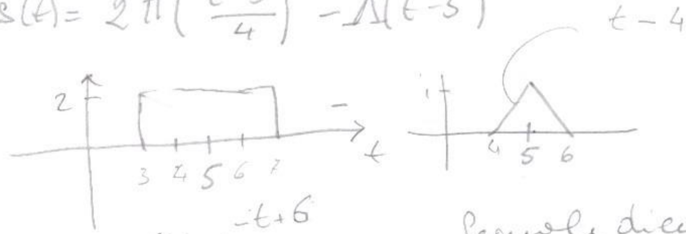
30pt **2.** Usando il metodo grafico valutare la risposta nel dominio del tempo di un sistema lineare avente risposta impulsiva $h(t) = e^{|t|}$ al cui ingresso é posto il segnale $s(t) = u(t-2)$.

40pt **3.** Un segnale $s(t)$ ricevuto da una antenna ha spettro di potenza

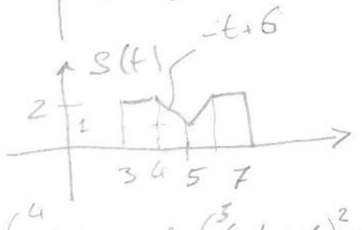
$$P_s(f) = \Lambda\left(\frac{f - f_0}{2B}\right) + \Lambda\left(\frac{f + f_0}{2B}\right), \tag{1}$$

con $f_0 = 10$ MHz e $B = 10$ KHz. La potenza efficace (RMS) sia $16\mu V$. Il segnale è contaminato da rumore $n(t)$ piatto passa-banda nella stessa banda del segnale. Il rapporto segnale/rumore sia di 10dB. Il segnale è posto all'ingresso di un amplificatore a banda larga avente banda compessiva pari a $W_A = 10B$ che ha guadagno lineare di 20 dB e che introduce rumore additivo $n_A(t)$ piatto su tutta la banda con una potenza RMS $4\mu V$. La catena di trasmissione continua con un cavo coassiale lungo 300 m che introduce una attenuazione lineare di 0.5 dB ogni 100 metri. Il cavo collezione ulteriore rumore additivo $n_C(t)$ su tutta la banda $W_C = 30B$ avente potenza RMS di $10\mu V$. Studiare lo schema equivalente del sistema con tutti i parametri e valutare il rapporto segnale/rumore alla fine della catena.

1 (a) $s(t) = 2\Pi\left(\frac{t-5}{4}\right) - \Lambda(t-5)$



Segnale di energia, $P_s = 0$

$=$ 

$$\mathcal{E}_s = 2\int_3^4 (2)^2\,dt + 2\int_4^5 (-t+6)^2\,dt = 8 + 2\int_4^5 (t^2+36-12t)\,dt$$

$$= 8 + 2\left[\left.\frac{t^3}{3}\right|_4^5 + \left.36t\right|_4^5 - 12\left.\frac{t^2}{2}\right|_4^5\right] = 8+2\left[\frac{125-64}{3} + 36 - \cancel{12}^{\,6}\,\frac{25-16}{\cancel{2}}\right]$$

$$= 8+2\left[\frac{61}{3}+36-54\right] = 8 + 2\left(\frac{61}{3}-18\right) = 8+2\,\frac{61-54}{3} = 8+\frac{14}{3} = \frac{24+14}{3}$$

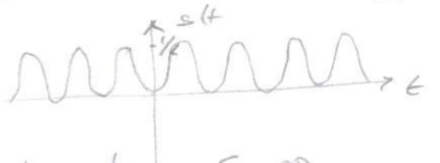
$$= \frac{38}{3}$$

$$S(f) = 2\cdot 4\,\mathrm{sinc}\,4f\; e^{-j2\pi f5} - \mathrm{sinc}^2 f\; e^{-j2\pi f5}$$

$$= e^{-10\pi f}\left(8\,\mathrm{sinc}\,4f - \mathrm{sinc}^2 f\right)$$

(b) $s(t) = 1-\cos^2 50t = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 100t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 100t$

$2\pi f_0 = 100 \Rightarrow f_0 = \frac{50}{\pi}$ Hz

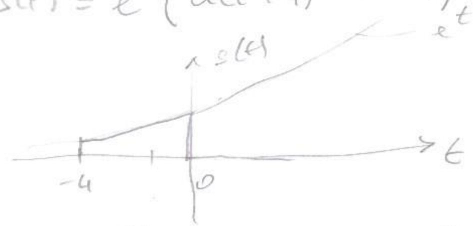


Segnale di potenza $\mathcal{E}_s = \infty$

$$P_s = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$S(f) = \frac{1}{2}\delta(f) - \frac{1}{4}\delta\left(f-\frac{50}{\pi}\right) - \frac{1}{4}\delta\left(f+\frac{50}{\pi}\right)$$

(c) $s(t) = e^{t}\left(u(t+4) - u(t)\right)$



Segnale di energia, $P_s = 0$

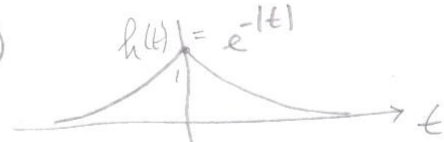
$$\mathcal{E}_s = \int_{-4}^{0} e^{2t} dt = \frac{e^{2t}}{2}\Big]_{-4}^{0} = \frac{1 - e^{-8}}{2}$$

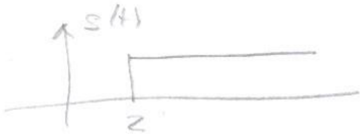
$$S(f) = \int_{-4}^{0} e^{t} e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-4}^{0} e^{(1-j2\pi f)t} dt = \frac{e^{(1-j2\pi f)t}}{1-j2\pi f}\Big]_{-4}^{0}$$

$$= \frac{1 - e^{-(1-j2\pi f)4}}{1-j2\pi f}$$

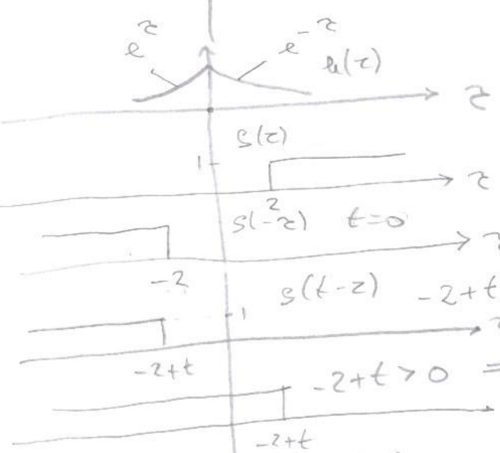
---

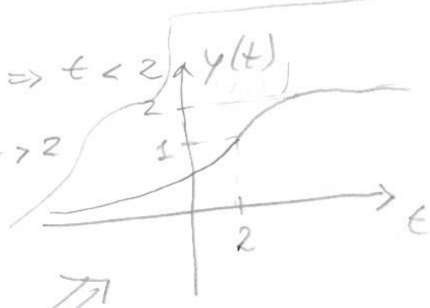
(2) $h(t) = e^{-|t|}$ $*$ $s(t)$





$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, s(t-\tau)\, d\tau$$





$t < 2$

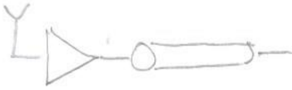
$$y(t) = \int_{-\infty}^{-2+t} e^{\tau} d\tau = e^{\tau}\Big]_{-\infty}^{-2+t} = e^{-2+t}$$

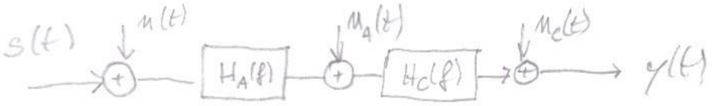
$t > 2$

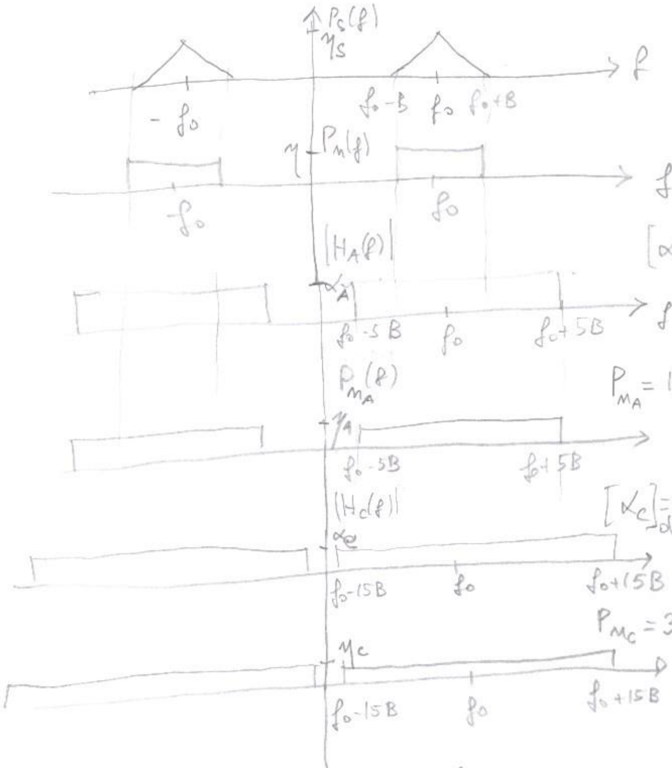
$$y(t) = \int_{-\infty}^{0} e^{\tau} d\tau + \int_{0}^{-2+t} e^{-\tau} d\tau = e^{\tau}\Big]_{-\infty}^{0} + \frac{e^{-\tau}}{-1}\Big]_{0}^{-2+t} = 1 - \left(e^{2-t} - 1\right)$$

$$= 2 - e^{2-t}$$

3







$P_S = \frac{2B\eta_S}{2}\cdot 2 = 2B\eta_S$

$P_n = 2B\eta\cdot 2 = 4B\eta$

$[\alpha_A]_{dB} = 20$ $[\alpha_A]_{dB} = 20\log_{10}\alpha_A \Rightarrow \alpha_A = 10^{\frac{[\alpha_A]_{dB}}{20}} = 10$

$P_{n_A} = 10B\eta_A\cdot 2 = 20B\eta_A$

$[\alpha_C]_{dB} = -1.5\ dB \Rightarrow \alpha_C = 10^{-\frac{[\alpha_C]_{dB}}{20}} = 10^{-\frac{3}{40}} = 0.84$

$P_{n_C} = 30B\eta_C\cdot 2 = 60B\eta_C$

16
16
96
16
256

All'ingresso per il segnale

$\sqrt{P_s} = 16\,\mu V \Rightarrow P_S = 256\,\mu V^2$; $B = 10\cdot 10^3\ Hz$

$P_S = 2B\eta_S \Rightarrow \eta_S = \frac{P_S}{2B} = \frac{256}{20\cdot 10^3} = 128\cdot 10^{-3}\,\frac{\mu V^2}{Hz}$

Per il rumore n(t), sappiamo che

$\left(\frac{P_S}{P_n}\right)_{dB} = 10\ dB$ $\frac{P_s}{P_n} = 10^{\frac{1}{10}\left(\frac{P_s}{P_n}\right)_{dB}} = 10$

Ma $\frac{P_s}{P_n} = \frac{2B\eta_s}{4B\eta} = \frac{\eta_s}{2\eta} \Rightarrow \eta = \frac{\eta_s}{2\frac{P_s}{P_n}} = \frac{128\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10} = 6.4\cdot 10^{-3}\,\frac{\mu V^2}{Hz}$

Per il rumore all'uscita dell'amplificatore sappiamo

$$\sqrt{P_{n_A}} = 4\,\mu V \Rightarrow P_{n_A} = 16\,\mu V^2,\ \text{e ricaviamo } \eta_A$$

$$P_{n_A} = 20B\,\eta_A \Rightarrow \eta_A = \frac{P_{n_A}}{20B} = \frac{16}{20\cdot 10^4} = 8\,10^{-5}\,\frac{\mu V^2}{Hz}$$

Per il rumore all'uscita del cavo coassiale sappiamo che

$$\sqrt{P_{n_c}} = 10\,\mu V \Rightarrow P_{n_c} = 100\,\mu V^2\ \text{e ricaviamo } \eta_c$$

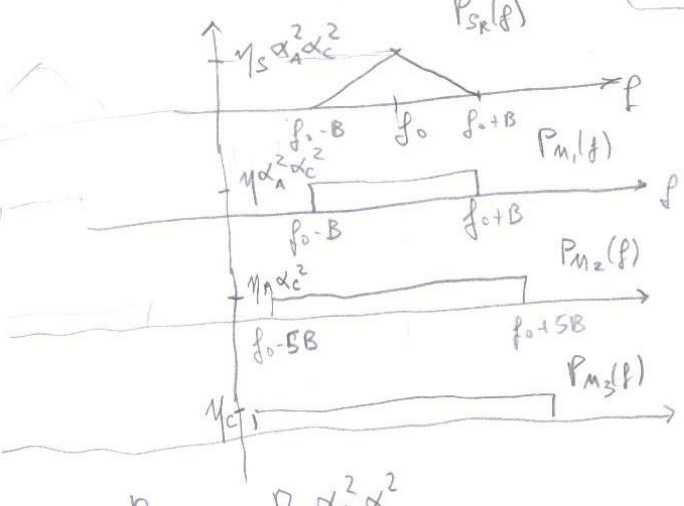
$$P_{n_c} = 60B\,\eta_c \Rightarrow \eta_c = \frac{P_{n_c}}{60B} = \frac{100}{60\cdot 10^4} = \frac{10}{6}10^{-4}\,\frac{\mu V^2}{Hz}$$

Quindi noti tutti i parametri analizziamo il sistema

$$y(t) = \underbrace{(s * h_A * h_c)(t)}_{\substack{s_R(t)\\ \text{segnale ricevuto}}} + \underbrace{(n * h_A * h_c)(t) + (n_A * h_c)(t) + n_c(t)}_{\text{rumore ricevuto}}$$

Usiamo solo grandezze e spettri di Potenza.

$$P_y = \underbrace{|H_A(f)|^2 |H_c(f)|^2 P_s}_{P_{s_R}(f)} + \underbrace{\underbrace{|H_A(f)|^2 |H_c(f)|^2 P_n(f)}_{P_{n_1}(f)} + \underbrace{|H_c(f)|^2 P_{n_A}(f)}_{P_{n_2}(f)} + \underbrace{P_{n_c}(f)}_{P_{n_c}(f)}}_{P_{n_R}(f)}$$



$$\frac{P_{s_R}}{P_{n_R}} = \frac{P_s\,\alpha_A^2 \alpha_c^2}{P_n \cdot \alpha_A^2 \alpha_c^2 + P_{n_A} \cdot \alpha_c^2 + P_{n_c}} = \frac{P_s}{P_n + \frac{P_{n_A}}{\alpha_A^2} + \frac{P_{n_c}}{\alpha_A^2 \alpha_c^2}}$$

$$= \frac{P_s}{\frac{P_s}{10} + \frac{16}{100} + \frac{\cancel{100}}{\cancel{100} \cdot 0.78}} =$$

$$= \frac{256}{25.6 + 0.16 + 1.28} = \frac{256}{27.04} = 9.47$$

$$= 9.76 \text{ dB}$$